Exercício 3 A

Smirnov, Irene

19 de Janeiro de 2012

Enunciado

Considere a função $f(x, y)$ definida por

$$f(x, y) = \frac{x^{15}\, y^3}{4\, y^8 + 5\, x^{24}},$$

se $4\, y^8 + 5\, x^{24} \neq (0, 0)$ e $f(x, y) = 0$ se $4\, y^8 + 5\, x^{24} = 0$.

1) Estude a continuidade da função $f(x, y)$;

2) Determine a expressão de $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}$.

Sugestion

Resolution

1)

A função f é contínua em $R^2 \backslash \{(0, 0)\}$ por ser o quociente de duas funções polinomiais que são contínuas.

A continuidade de f no ponto $(0, 0)$ pode ser estudada, verificando se $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x, y) = f(0, 0) = 0$. O que se conlcui, é que o limite duplo não existe. De fato, consideremos $y = \alpha x^3$. Então temos

$$f(x, \alpha x^3) = \frac{\alpha^3}{5 + 4\alpha^8}.$$

Portanto o limite da função f ao longo da curva $y = \alpha x^3$ depende do valor do parâmetro α. Logo o limite duplo não existe e, assim, a função não é contínua em $(0, 0)$.

2)

Calculando $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}$ para $(x, y) \in R^2 \backslash \{(0, 0)\}$, obtém-se:

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = \frac{3x^{15} y^{3-1} (4\, y^8 + 5\, x^{24}) + (x^{15}\, y^3)(8) y^{8-1} 4}{(4\, y^8 + 5\, x^{24})^2}.$$

Para $(x, y) = (0, 0)$, a derivada parcial calcula-se da seguinte forma:

$$\frac{\partial f(0, 0)}{\partial y} = \lim_{k\to 0} \frac{f(0, k) - f(0, 0)}{k} = 0.$$

Result

Obs

Random choices