

Exercício 3 B

Smirnov, Irene

19 de Janeiro de 2012

Enunciado

Considere a função $f(x, y)$ definida por

$$f(x, y) = \frac{x^6 y^5}{4y^8 + 3x^6},$$

se $4y^8 + 3x^6 \neq (0, 0)$ e $f(x, y) = 0$ se $4y^8 + 3x^6 = 0$.

1) Estude a continuidade da função $f(x, y)$;

2) Determine a expressão de $\frac{\partial f(x, y)}{\partial y}$.

Sugestion

Utilize a desigualdade $ab \leq (a^2 + b^2)/2$ para estudar a continuidade em $(0, 0)$.

Resolution

1)

A função f é contínua em $R^2 \setminus \{(0, 0)\}$ por ser o quociente de duas funções polinomiais que são contínuas.

A continuidade de f no ponto $(0, 0)$ pode ser estudada, verificando se $\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} f(x, y) = f(0, 0) = 0$. O que se conclui, é que o limite duplo existe e é igual a zero e, assim, a função é contínua em $(0, 0)$. De fato, temos

$$\begin{aligned} \left| \frac{x^6 y^5}{4y^8 + 3x^6} \right| &\leq \frac{1}{2} \left(\frac{x^{12} + y^{10}}{4y^8 + 3x^6} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{x^6 x^6 + y^2 y^8}{4y^8 + 3x^6} \right) \leq \frac{1}{2} \left(\frac{x^6(x^6 + y^8) + y^2(x^6 + y^8)}{4y^8 + 3x^6} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{(x^6 + y^2)(x^6 + y^8)}{4y^8 + 3x^6} \right) \leq x^6 + y^2 \rightarrow 0, \text{ quando } (x, y) \rightarrow (0, 0). \end{aligned}$$

Logo, a função f é contínua em R^2 .

2)

Calculando $\frac{\partial f(x, y)}{\partial y}$ obtém-se:

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = \frac{5x^6 y^{5-1}(4y^8 + 3x^6) + 2(x^6 y^5)4y^{24-1}4}{(4y^8 + 3x^6)^2}.$$

Result

Obs

Random choices